Statistika ponovljenih merenja

Termin 4

Mere centralne tendencije

- Centralna tendencija je težnja ka okupljanju podataka skupa oko jedne centralne vrednosti, koja je opšta i reprezentativna za celu distribuciju.
- Njihova uloga je da, zanemarujući individualne razlike između podataka skupa, istaknu onu veličinu koja je za sve njih karakteristična i koja može da služi kao sredstvo za upoređivanje raznih serija.

ARITMETIČKA SREDINA – Srednja vrednost
(procena parametra μ)
Vrednost dobijena deljenjem sume eksperimentalno dobijenih vrednosti sa brojem merenja :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

MEDIJANA
(procena parametra μ)
Prosečna vrednost centralnog para seta rezultata.
Medijana se uvek upotrebljava kada niz dobijenih podataka sadrži vrednost koja značajno odstupa od niza. Ova vrednost može da ima veliki uticaj na srednju vrednost, a da pritom uopšte ne utiče na medijanu.

MODA
(procena parametra μ)
Vrednost koja je u nizu rezultata najčešće postignuta.

GEOMETRIJSKA SREDINA
(procena parametra μ)
Prosečna mera brzine nekih promena :

$$G = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n}$$

HARMONIJSKA SREDINA
(procena parametra μ)
Koristi se kada želimo da dobijemo prosek nekih odnosa :

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

Mere varijabilnosti

- Daju informacije o različitim odstupanjima u statističkom skupu.

INTERVAL VARIJACIJE – RASPON
Razmak od najmanje do najveće vrednosti obeležja posmatranja.
Najnetačnija mera grupisanja rezultata oko neke srednje vrednosti.

$$R = x_n - x_1 \qquad x_1 < x_2 < \ldots < x_n$$

Šta ćete raditi danas?

- Mere centralne tendencije: aritmetička, geometrijska i harmonijska sredina, medijana, moda.
- Mere varijabilnosti: standardna devijacija, relativna standardna devijacija, varijansa, opseg.
- Gauss-ova raspodela gustine verovatnoće
- Greška srednje vrednosti
- Standardna devijacija izvedenog rezultata
- Interval pouzdanosti
- t-raspodela
- Log-normalna raspodela

STANDARDNA DEVIJACIJA
Mera odstupanja vrednosti obeležja posmatranja od aritmetičke sredine :

$$s = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}}$$

Apsolutna standardna devijacija (ukupna standardna devijacija)

$$s_{aps} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_1}(x_i - \bar{x}_1)^2 + \sum_{j=1}^{N_2}(x_j - \bar{x}_2)^2 + \sum_{k=1}^{N_3}(x_k - \bar{x}_3)^2 + \dots}{N_1 + N_2 + N_3 + \dots - N_t}}$$

N_1-broj podataka u setu 1, N_2-broj podataka u setu 2,itd.....
N_t-ukupan broj setova podataka.

VARIJANSA
Prosečno kvadratno odstupanje od aritmetičke sredine :

$$s^2 = \frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}$$

KOEFICIJENT VARIJANSE – RELATIVNA STANDARDNA DEVIJACIJA
Količnik standardne devijacije i aritmetičke sredine :

$$v = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100$$

Set koji se sastoji iz podataka koji prikazuju rezultate velikog broja merenja naziva se populacija. Ako ne postoje sistematske greške, srednja vrednost populacije, označena sa ***μ***, *predstavlja zapravo stvarnu vrednost merene veličine. Odstupanje rezultata merenja od prave vrednosti označava se sa* ***σ***. *Za posmatranja seta podataka se, međutim, često uzima njen deo koji se označava kao uzorak.*

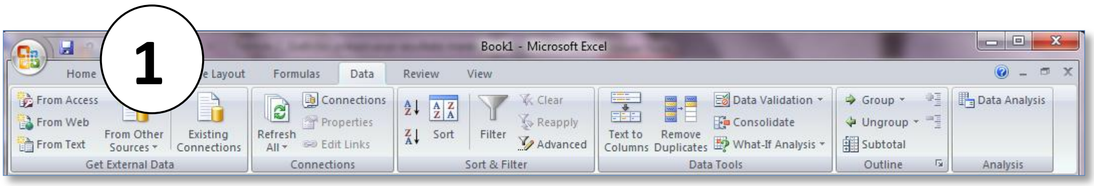
Primer 1. Mere centralne tendencije i mere varijabilnosti

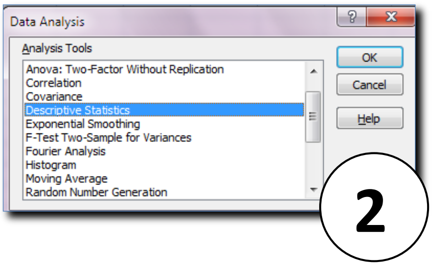
Pri određivanju sadržaja olova u uzorku krvi (ppm Pb) dobijeni su sledeći rezultati:

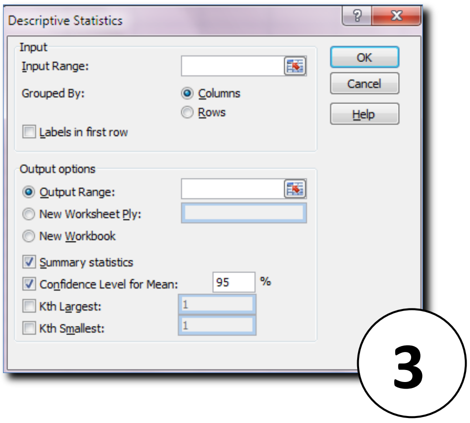
0,752	0,756	0,752	0,751	0,760

Izračunati srednju vrednost, medijanu, standardnu devijaciju, koeficijent varijacije, raspon.

Najefikasniji način za određivanje mera centralne tendencije i mera varijabilnosti je korišćenje alatke Descriptive Statistics, u okviru Data Analysis ToolPack-a. Odaberite opciju sa padajućeg menija Tools/Data Analysis; starujte komandu Descriptive Statistics.
U polje **Input Range** unesite opseg ćelija između kojih su smešteni vaši podaci.
U polje **Output Range** unesite ćeliju ispod koje i desno do koje nema nikakvih podataka na radnom listu, u suprotnom excel će vam saopštiti da će rezultate prepisati preko već postojećih podataka.
Odaberite još opciju **Summary Statistics.**







Ukoliko ste sve ispravno uradili trebalo bi da konačan rezultat izgleda ovako:

	A	B	C	D	E	F
1						
2		0,752		*Column1*		
3		0,756				
4		0,752		Mean	0,7542	
5		0,751		Standard Error	0,00168523	
6		0,760		Median	0,752	
7				Mode	0,752	
8				Standard Deviation	0,003768289	
9				Sample Variance	0,0000142	
10				Kurtosis	0,020829201	
11				Skewness	1,143717867	
12				Range	0,009	
13				Minimum	0,751	
14				Maximum	0,76	
15				Sum	3,771	
16				Count	5	
17				Confidence Level(95,0%)	0,004678948	
18						

Excel ne racuna koeficijent varijanse; pomenuti parametar morate sami da izračunate:

	A	B	C	D	E	F
1						
2		0,752		*Column1*		
3		0,756				
4		0,752		Mean	0,7542	
5		0,751		Standard Error	0,00168523	
6		0,760		Median	0,752	
7				Mode	0,752	
8				Standard Deviation	0,003768289	
9				Sample Variance	0,0000142	
10				Kurtosis	0,020829201	
11				Skewness	1,143717867	
12	koef varijanse	=(E8/E4)*100		Range	0,009	
13				Minimum	0,751	
14				Maximum	0,76	
15				Sum	3,771	
16				Count	5	
17				Confidence Level(95,0%)	0,004678948	
18						

Zadaci A

1. Richards i Willard su početkom dvadesetog veka određivali atomsku masu litijuma i dobili sledeće rezultate:

Eksperiment	Molarna masa, g/mol
1	6,9391
2	6,9407
3	6,9409
4	6,9399
5	6,9407
6	6,9391
7	6,9406

   a) Odrediti srednju vrednost atomske mase litijuma određenu od strane pomenutih istraživača;
   b) Odrediti medijanu atomske mase;
   c) Pretpostavljajući da je kasnije prihvaćena vrednost atomske mase litijuma koja iznosi 6.941 prava vrednost, utvrditi koji je od dva prethodno određena parametra bolja procena prave vrednosti;
   d) Izračunati apsolutnu i relativnu grešku srednje vrednosti određene od strane Richards-a i Willard-a.

2. Vršena je kalibracija pipete od 10ml i odgovarajući postupak kalibracije ponovljen 50 puta. Za dobijene vrednosti odrediti srednju vrednost, medijanu, standarnu devijaciju i raspon. Grupisati dobijene vrednosti u intervale i distribuciju podataka predstaviti grafički pomoću histograma.

9,988 9,973 9,986 9,980 9,975 9,982 9,986 9,982 9,981 9,990 9,980 9,989 9,978 9,971 9,982 9,983
9,988 9,975 9,980 9,994 9,992 9,984 9,981 9,987 9,978 9,983 9,982 9,991 9,981 9,969 9,985 9,977
9,976 9,983 9,976 9,990 9,988 9,971 9,986 9,978 9,986 9,982 9,977 9,977 9,986 9,978 9,983 9,980
9,984 9,979:

3. Za svaki set rezultata merenja izračunati srednju vrednost, medijanu, standardnu devijaciju, koeficijent varijacije, raspon:

A	B	C	D	E	F
3,5	70,24	0,812	2,7	70,65	0,514
3,1	70,22	0,792	3,0	70,63	0,503
3,1	70,10	0,794	2,6	70,64	0,486
3,3		0,900	2,8	70,21	0,497
2,5			3,2		0,472

4. Prihvaćene vrednosti za setove podataka iz prethodnog zadatka su sledeće:
   set A-3,0; set B-70,05; set C-0,830; set D-3,4; set E-70,05; set F-0,525.
   Za srednju vrednost svakog seta, izračunati:
   a) apsolutnu grešku,
   b) relativnu grešku u ppt-u.

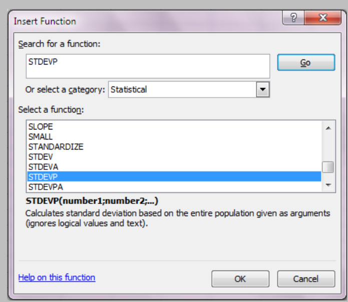
5. Data metoda ima koeficijent varijacije ≤0,5%. Analizom uzorka tom metodom dobijeni su sledeći rezultati: 40,12; 40,15 i 40,55. Kako se poslednji rezulatat učinio sumnjivim, urađena su dva dodatna određivanja i dobijeni su rezultati 40,20 i 40,39. Uporedite reproduktivnost oba seta rezultata sa poznatim koeficijentom varijacije.

6. Radi utvrđivanja efikasnosti dijete koja je prepisana pacijentu koji boluje od dijabetesa, vršeno je određivanje koncentracije glukoze spektrofotometrijskom analitičkom metodom. Dobijeni su sledeći rezultati. Izračunati ukupnu standardnu devijaciju metode.

Jednačina za izračunavanje ukupne standardne devijacije nekoliko setova podataka:

$$s_{aps} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_1}(x_i - \bar{x}_1)^2 + \sum_{j=1}^{N_2}(x_j - \bar{x}_2)^2 + \sum_{k=1}^{N_3}(x_k - \bar{x}_3)^2 + \ldots}{N_1 + N_2 + N_3 + \ldots - N_t}}$$

N_1-broj podataka u setu 1, N_2-broj podataka u setu 2,itd.....
N_t-ukupan broj setova podataka.
U excel-u pozivanjem funkcije STDEVP možete da izračunate pomenutu veličinu.



Vreme	Konc.glukoze, mg/L						
Mesec I	1108	1122	1075	1099	1115	1083	1100
Mesec II	992	975	1022	1001	991		
Mesec III	805	779	822	800			
Mesec IV	745	750	774	777	800	758	799

7. Analizom K^+ jona u nekoliko uzoraka hrane dobijeni su sledeći rezultati:

Uzorak	Procenat K^+				
1	5,15	5,03	5,04	5,18	5,20
2	7,18	7,17	6,97		
3	4,00	3,93	4,15	3,86	
4	4,68	4,85	4,79	4,62	
5	6,04	6,02	5,82	6,06	5,88

Uzorci su nasumično izabrani iz iste populacije.

a) Odrediti srednju vrednost i standardnu devijaciju za svaki uzorak.
b) Odrediti ukupnu standardnu devijaciju.
c) Zašto je ovo bolja procena σ od standardne devijacije pojedinih uzoraka?

8. Analiziran je sadržaj zaostalog šećera u šest boca vina iz iste serije i dobijeni sledeći rezultati:

Boca	Procenat (w/v) šećera				
1	0,99	0,84	1,02		
2	1,02	1,13	1,17	1,02	
3	1,25	1,32	1,13	1,20	1,12
4	0,72	0,77	0,61	0,58	
5	0,90	0,92	0,73		
6	0,70	0,88	0,72	0,73	

a) Izračunati standardnu devijaciju za svaki set podataka.
b) Izračunati apsolutnu standardnu devijaciju metode.

Svojstva Gauss-ove raspodele

SVOJSTVA RASPODELE

- Kriva zvonastog oblika, simetrična oko vednosti μ, proteže se u beskonačnost u oba pravca asimptotski težeci nuli.
- Sve normalne krive imaju istu unutrašnju distribuciju (građu):
  $\mu \pm 1\sigma$ - P = 0,6826 (68,26% podataka)
  $\mu \pm 2\sigma$ - P = 0,9544 (95,44% podataka)
  $\mu \pm 3\sigma$ - P = 0,9974 (99,74% podataka)
- Teorijska raspodela određena dvema veličinama: μ i σ

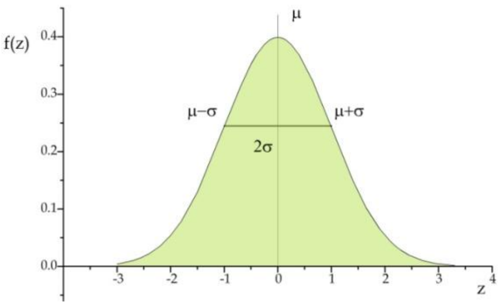
$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

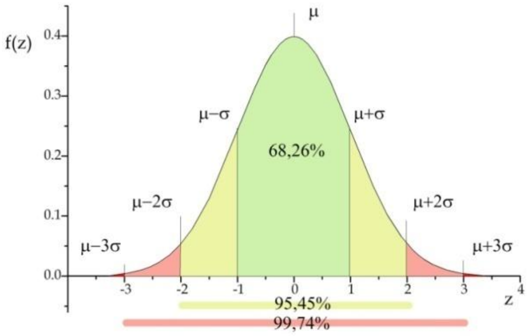
Za slučaj standardne promenljive kada su vrednosti korigovane za srednju vrednost i podešene na jediničnu standardnu devijaciju raspodela ima oblik:

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} z^2\right]$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Za ovakvu raspodelu kazemo da je standardna normalna raspodela, a promenljiva z standardna promenljiva.





MOMENTI GAUSS-ove KRIVE

Ukupna površina ispod Gauss-ove krive data je jednačinom $\int_a^b f(x)dx = P$, površina ispod krive za interval $a<x<b$ odgovara verovatnoći da se veličina x nadje u datom intervalu.

n-ti moment Gauss-ove krive definisan je relacijom $m_n = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^n f(x)dx = 1$

n=1 $m_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx = \mu$

n=2 $m_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx = \mu$

n=3 $s = \frac{m_3}{\sigma_3}$ *s*- iskrivljenje krive s=0 simetrična, s<0 rep na levoj strani, s>0 rep na desnoj strani

n=4 $k = \frac{m_4}{\sigma_4}$ *k*- izduženje krive, k =3 normalna kriva, k>3, kriva izduženija, k<3 kriva spljoštenija

CENTRALNA GRANIČNA TEOREMA

A. Srednja vrednost raspodele srednjih vrednosti uzoraka μ_{xsr} skoro je identična srednjoj vrednosti populacije μ.
B. Standardna devijacija srednjih vrednosti uzoraka izračunata po formuli $s=\sqrt{\sum(\bar{x}-\mu)^2/n-1}$ je veoma bliska standardnoj grešci srednje vrednosti $\sigma_{\bar{x}}=\sigma/\sqrt{n}$.
   Bez obzira kakva je raspodela populacije, raspodela srednjih vrednosti uzoraka je uvek približna normalnoj (sličnost raste sa porastom veličine uzorka – *n*).

Greška srednje vrednosti

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Razlikuje se od drugih grešaka po tome što ilustruje grešku uzorkovanja. Njena veličina određena je voljom eksperimentatora, tj. veličinom uzorka. Ona takođe ilustruje i činjenicu da je srednja vrednost tačnija od bilo kog pojedinačnog rezultata i to za $n^{1/2}$ puta.

Standardna devijacija krajnjeg rezultata:

$$y=x_1\pm x_2 \qquad \sigma_y=\sqrt{(\sigma_{x_1})^2+(\sigma_{x_2})^2}$$

$$y=x_1\times x_2 \qquad \frac{\sigma_y}{y}=\sqrt{\left(\frac{\sigma_{x_1}}{x_1}\right)^2+\left(\frac{\sigma_{x_2}}{x_2}\right)^2}$$

$$y=x^n \qquad \frac{\sigma_y}{y}=\left|\frac{n\sigma_x}{x}\right|$$

$$y=f(x) \qquad \sigma_y=\left|\sigma_x\frac{d_y}{d_x}\right|$$

Zadaci B

9. Naći površinu za oblast ispod normalne krive koja leži između datih Z vrednosti:
   a) Z=0 i Z=2,37
   b) Z=0 i Z=-1,94
   c) Z=-1,85 i Z=1,85
   d) Z=-0,76 i Z=1,13
   e) Z=0 i Z=3,09
   f) Z=-2,77 i Z=-0,96
10. Naći oblast ispod normalne krive koja pada ispod –Z ili iznad +Z.
   a) Z=1,73
   b) Z=-2,41 i Z=2,41
   c) Z=2,55
   d) Z=-3 i Z=3
11. Naći Z vrednosti koje odgovaraju sledećoj verovatnoći: 95%, 80%, 50%, 30%, 20%.
12. Visina učenika u predadolescentnoj fazi normalno raspoređena oko 170 cm sa standardnom devjacijom od 15cm. Koji procenat populacije se očekuje:
   a) 100-120cm
   b) 90-130cm
   c) 150-170cm
   d) 170-190cm
   e) >200cm
13. Nivo holesterola koji je uzet iz populacije srednjoškolaca ima srednju vrednost od 195 sa standardnom devijacijom 10 za muskarce i 185 sa standardnom devijacijom od 12 za devojke.
   a) Koji je nivo holestorla kod najviših 5% muškaraca, a koji kod žena?

b) Koji je nivo holeseterola kod najnižih 5% muškaraca a koji kod žena?
c) Koji procenat muškaraca a koji žena će imati nivo holesterola veći od 180?

14. Dužina života se pokorava normalnoj raspodeli i za muškarce u severnoj Americi iznosi 55±10 godina. Kolika je verovatnoća da ako ste mlad i zdrav 25-to godišnjak umrete za dve godine. Kolika je verovatnoća da ćete ako preživite svoj 27. rođendan dočekati osamdeseti?

15. Data je funkcija $y = k\frac{a \times b}{c \times d}$. Čemu je jednaka relativna standardna devijacija ove funkcije?

16. Pri nekoj titraciji utrošeno je V cm^3 titracionog sredstva. Kolika je standardna devijacija zapremine V, ako su početna i krajnja zapremina titracionog sredstva očitane sa birete sa standardnim devijacijama od po 0,02 cm^3:
    a) 0,02 cm^3 b) 0,03 cm^3 c) 0,04 cm^3?

17. Proizvod rastvorljivosti AgCl iznosi $1{,}8 \times 10^{-10}$ sa standardnom devijacijom $0{,}1 \times 10^{-10}$. Kolika je standardna devijacija izračunate rastvorljivosti ove soli u vodi?

18. Standardna devijacija prečnika kruga iznosi ±0,02cm. Kolika je standardna devijacija izračunate zapremine kruga prečnika 2,15cm?

19. Odrediti apsolutnu standardnu devijaciju i koeficijent varijacije za rezultate sledećih izračunavanja. Zaokružiti svaki rezultat tako da on sadrži samo značajne cifre. Brojevi u zagradama su standardne devijacije.
    a) y = 5,75(±0,03) + 0,833(±0,001) - 8,02(±0,001) = -1,438
    b) y = 18,97(± 0,04) + 0,0025(±0,0001) + 2,29(±0,08) = 21,2625
    c) $y = 66{,}2(\pm 0{,}3) \times 1{,}13(\pm 0{,}02) \times 10^{-17} = 7{,}4806 \times 10^{-16}$
    d) $y = 251(\pm 1) \times \dfrac{860(\pm 2)}{1.673(\pm 0{,}006)} = 129\,025{,}70$
    e) $y = \dfrac{157(\pm 6) - 59(\pm 3)}{1220(\pm 1) + 77(\pm 8)} = 7{,}5559 \times 10^{-2}$
    f) $y = \dfrac{1.97(\pm 0{,}01)}{243(\pm 3)} = 8{,}106996 \times 10^{-3}$
    g) $y = [4.73(\pm 0{,}03) \times 10^{-4}]^3$
    h) $y = [2.145(\pm 0.002)]^{1/4}$

20. Pri volumetrijskom određivanju analita A, dobijeni podaci i njihove standardne devijacije su sledeće:

Početno očitavanje birete	0,23 ml	0,02 ml
Konačno očitavanje birete	8,76 ml	0,03 ml
Masa uzorka	50,0 mg	0,2 mg

Iz navedenih podataka izračunati koeficijent varijacije konačnog rezultata za % A koji je dobijen korišćenjem sledeće jednačine (ekvivalentna masa analita A iznosi 63,54 g/mol i može da se tretira kao da nema nesigurnost):

$$\%A = \frac{\text{zapremina titranta} \times \text{ekvivalentna masa}}{\text{masa uzorka}} \times 100$$

21. 3,4842 g uzorka koji sadrži benzoevu kiselinu (122,123 g/mol), je rastvoreno i rastvor titrovan rastvorom NaOH. Za titraciju je utrošeno 41,36ml 0,2328mol/dm^3 NaOH. Izračunati maseni udeo benzoeve kiseline u uzorku, kao i nesigurnost rezultata.
22. U čemu je značaj centralne granične teoreme?
23. Ukoliko se greška srednje vrednosti smanji dva puta, koliko puta treba povećati veličinu uzorka?
24. Ukoliko je uzet uzorak 5 puta veći od prethodnog, koliko puta se promenila standardna greška srednje vrednosti?

Interval pouzdanosti

- Interval pouzdanosti daje informaciju kolika je bliskost izračunate srednje vrednosti $\bar{x}$ sa populacionom srednjom vrednošću μ, a izražava se kao verovatnoća.
- Verovatnoća da se nepoznata populaciona srednja vrednost μ nalazi unutar nekog intervala vrednosti označava se kao $(1-\alpha)\%$, gde je α verovatnoća da μ **nije** unutar tog intervala. Tipične vrednosti verovatnoće za koje se izračunava interval pouzdanosti su 99%, 95% ili 90%.

Interval pouzdanosti za veliki broj podataka

$$L_{1,2} = \bar{x} \pm z\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

z – standardna promenljiva

$$z = \frac{x-\bar{x}}{s}$$

$(1-\alpha)=99\%$ z = 2,58; $(1-\alpha)=95\%$ z = 1,96;
$(1-\alpha)=90\%$ z = 1,65.

Interval pouzdanosti za mali broj podataka

- z se zamenjuje sa t iz Studentove raspodele (za odgovarajuću verovatnoću i broj stepena slobode);
- populaciona standardna devijacije σ zamenjuje se sa standardnom devijacijom uzorka s.

$$L_{1,2} = \bar{x} \pm t\frac{s}{\sqrt{N}}$$

Relativna širina intervala pouzdanosti

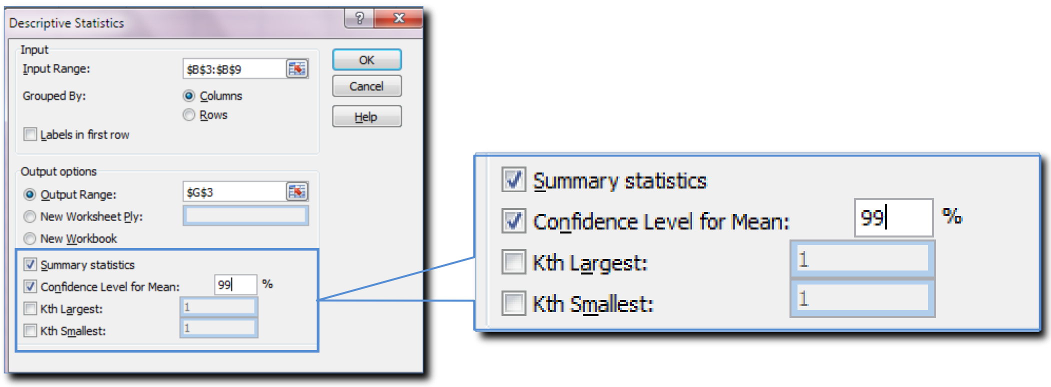
$$i = 100 \times \frac{L_2 - L_1}{\bar{x}}$$

Primer 2. Interval pouzdanosti

Merenjem pH vrednosti nekog pufera dobijeni su sledeći rezultati:
5,12 5,20 5,15 5,17 5,16 5,19 5,15

Izračunati 95% i 99% interval pouzdanosti prave vrednosti pH.

Otvorite alatku **Descriptive Statistics**, u okviru Data Analysis-a i odaberite opciju **Confidence Level for Means,** kao i nivo pouzdanosti na kome zelite da izracunate interval pouzdanosti. U polje **Input Range** unesite opseg ćelija između kojih su smešteni vaši podaci.



Rezultat je sam po sebi beznačajan ukoliko ne postoji i podatak o njegovom kvalitetu. Zbog toga je neophodno da se naglasi pouzdanost podataka.

- Najbolji način za izražavanje pouzdanosti je prikazivanje intervala pouzdanosti na 90% ili 95% nivou pouzdanosti.
- Drugi način je prikazivanje apsolutne standardne devijacije ili koeficijenta varijacije podataka (ovde je dobro da se naglasi sa koliko podataka je rađeno).
- Treći način je prikazivanje rezultata preko značajnih cifara.

Ukoliko ste sve ispravno uradili trebalo bi da konačan rezultat izgleda ovako:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3		5,12		*Column1*			*Column1*		
4		5,2							
5		5,15		Mean	5,162857		Mean	5,162857	
6		5,17		Standard Error	0,010169		Standard Error	0,010169	
7		5,16		Median	5,16		Median	5,16	
8		5,19		Mode	5,15		Mode	5,15	
9		5,15		Standard Deviation	0,026904		Standard Deviation	0,026904	
10				Sample Variance	0,000724		Sample Variance	0,000724	
11				Kurtosis	-0,16506		Kurtosis	-0,16506	
12				Skewness	-0,13645		Skewness	-0,13645	
13				Range	0,08		Range	0,08	
14				Minimum	5,12		Minimum	5,12	
15				Maximum	5,2		Maximum	5,2	
16				Sum	36,14		Sum	36,14	
17				Count	7		Count	7	
18				Confidence Level(95,0%)	0,024882		Confidence Level(99,0%)	0,0377	
19									
20									

Obratite pažnju na činjenicu da vam excel izračunava vrednost izraza $t\frac{s}{\sqrt{N}}$, interval pouzdanosti je, međutim, $\bar{x} \pm t\frac{s}{\sqrt{N}}$; ne zaboravite da ga izrazite na ovaj način, sa donjom i gornjom granicom.

Za pomenuti primer interval pouzdanosti je

$L_{1,2}$ = 5,16 ± 0,03 za 95% nivo pouzdanosti i

$L_{1,2}$ = 5,16 ± 0,04 za 99% nivo pouzdanosti

Zadaci C

25. Odrediti 95% interval pouzdanosti za srednju vrednost koncentracije glukoze za prvi mesec u zadatku 6. Pretpostaviti da je vrednost ukupne standardne devijacije dobra aproksimacija σ.
26. Koliko je merenja potrebno izvršiti tokom prvog meseca, u zadatku 6, da bi povećali 95% interval pouzdanosti na 1100,3 ± 10,0 mg/L glukoze?
27. Prilikom određivanja sadržaja alkohola u krvi jednog pacijenta dobijeni su sledeći podaci:

    % C_2H_5OH: 0,084; 0,089; 0,079.

    Izračunati 95% interval pouzdanosti pretpostavljajući
    a) da su tri dobijena rezultata jedini indikatori preciznosti metode;
    b) na osnovu prethodnog iskustva, da je standardna devijacija metode 0.005% C_2H_5OH.
28. Za setove podataka iz zadatka 8 odrediti:
    a) 95% interval pouzdanosti;
    b) 95% interval pouzdanosti pretpostavljajući da je s dobra aproksimacija σ i ima sledeće vrednosti: set A-0,20; set B-0,070; set C-0,0090; set D-0,30; set E-0,15; set F-0,015.
29. Određivanjem sadržaja bakra u gorivima atomskom apsorpcionom metodom dobijena je zajednička standardna devijacija od 0,30 μg Cu/ml. Analizom nekog motornog ulja dobijena vrednost za sadržaj bakra iznosi 8,53 μg Cu/ml. Izračunati 90% i 99% interval pouzdanosti rezultata zasnovanom na
    a) jednom merenju;
    b) srednjoj vrednosti četiri merenja;
    c) srednjoj vrednosti šesnaest merenja.

U slučajevima kada dolazi do nesimetrične distribucije podataka (kada su greške određenog znaka verovatnije od grešaka suprotnog znaka), rezultate je potrebno predstaviti *log-normalnom distribucijom*, jer logaritam promenljive ima normalnu raspodelu, tj. vrednosti $x_i = \log x_i$ podležu Gausovoj raspodeli.

$$\log \bar{x}_g = \sum \frac{\log x_i}{N} \qquad \bar{x}_g = \sqrt[N]{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}$$

$$\log s_g = \sqrt{\frac{\sum \left(\log x_i - \log \bar{x}_g\right)^2}{N-1}}$$

$$\log L_1 = \log \bar{x}_g + \log t \frac{s_{g(A)}}{\sqrt{N}} \qquad \log L_2 = \log \bar{x}_g - \log t \frac{s_{1(B)}}{\sqrt{N}}$$