

ЗАПИСНИЦИ СРПСКОГ ГЕОЛОШКОГ ДРУШТВА за 2013. годину

COMPTEs RENDUS DES SÉANCES DE LA SOCIÉTÉ SERBE DE GÉOLOGIE
pour les années 2013

REPORTS OF THE SERBIAN GEOLOGICAL SOCIETY
for the year 2013

Beograd, 2014.

MODFLOW НА РАСКРШЋУ

(Збор Секције за хидрогеологију СГД, 29.11.2013.)

Д. Поломчић, Д. Бајић, В. Ристић Вакањац, М. Чокорило Илић

Департаман за хидрогеологију, Универзитет у Београду-Рударско-Геолошки факултет. Ђушина 7, Београд

Department of Hydrogeology, University of Belgrade-Faculty of Mining & Geology, Djusina 7, Belgrade, Serbia

Апстракт: После задње верзије софтвера Modflow-2000, почетком 2013. године завршено је с његовом надоградњом и као основна верзија за даљу надоградњу узет је Modflow-2005. Ова верзија добила је нове модуле (Modflow-CFP и Modflow-NWT). Исте године изашла је најновија верзија програма по имену Modflow-USG. Основна разлика је постојање неструктуриране мреже дискретизације, што смањује број моделских ћелија у односу на предходне верзије софтвера. Новина је и то да је ова верзија програма базирана на нумеричкој методи коначних запремина, уместо методи коначних разлика. За сада нема још увек подршку за програм Modpath, 3Д визуелизацију резултата прорачуна, транспорт загађујућих материја, симулацију транспорта флуида различите густине од воде, али се очекује да ће у наредном периоду ова верзија постати основа за даљу надоградњу Modflow-a.

Кључне речи: Modflow-2005, Modflow-CFP, Modflow-NWT, Modflow-USG, неструктурирана мрежа

Увод

У модуларном приступу савременим софтверима из области моделирања подземних вода, Modflow обавља задатке у оквиру тзв. процесинг модула. Данас представља индустријски стандард у области 3Д моделирања подземних вода применом методе коначних разлика. Први пут је публикован 1984. год. Почетне верзије програм (Modflow-88 и Modflow-96) имале су одређена ограничења која су у знатном обиму отклоњена верзијом Modflow 2000 (Harbaugh et al, 2000).

Једна од битних новина ове верзије програма је увођење модула за аутоматску калибрацију у процесу еталонирања модела. Друга је да увођење Layer Property Flow Package (LPF) који замењује оригинални BCF (Block Centred Flow Package) везан за филтрационе карактеристике и дискретизацију простора кроз концепт слојева. LPF користи вертикалну вредност коефицијента филтрације уместо величине процуривања у свакој моделској ћелији, а процуривање одређује интерно, док за издани под притиском уместо специфичне издашности издани користи специфично ускладиштење (Ss). Такође, новина код нестационарне симулације режима подземних вода је да се могу комбиновати стационарни и нестационарни услови током једног процеса прорачуна (инверзног или директног). Modflow-2000 је садржао и нове модуле: Discretization (DIS), Hydrogeologic Unit Flow (HUF), Lake 3 (LAK), SFR – усмеравање за токове: повремене и сталне и начин њиховог прихрањивања односно дренарања, и Dual-continuum model (DCM) – за симулирање кретања воде у карстним системима (Anderson et al, 2002; Anderson et al, 2003).

Од почетка 2013. год. престале су надоградње ове верзије и USGC који је власник програма је одлучио да је следећа референтна верзија овог програма Modflow-2005.

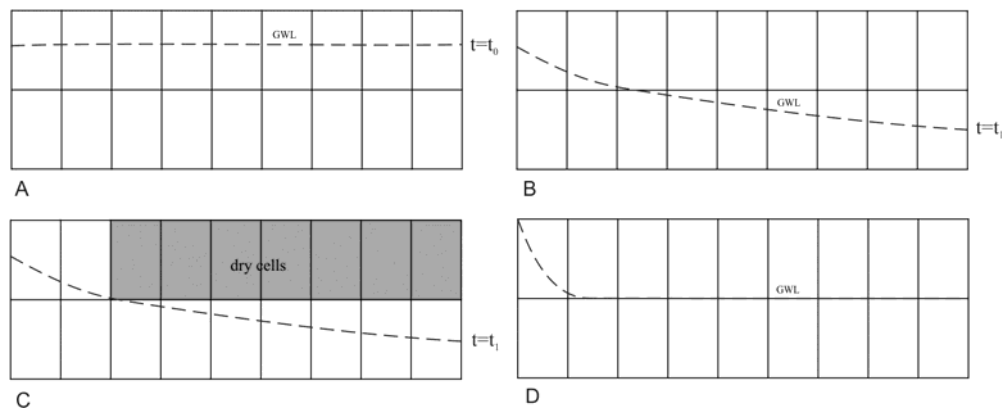
1. Modflow-2005

У основи, ради се верзији Modflow-2000 из које је искључена подршка за аутоматску калибрацију модела, док су додати нови пакети, као што је Unsaturated Zone Flow (UZF) модул. То је нов модул инфилтрације и евапотранспирације у кога су укључени и ефекти задржавања воде у незасићеној средини и приповршински отицај у потоке и језера (Niswonger, 2006). Поред овог, укључен је и модул Conduit Flow Process (CFP). У зависности који се од ових модула користи, Modflow-2005 се дели на Modflow-NWT и Modflow-CFP.

Modflow-NWT

Постоје одређени функционални аспекти Modflow-NWT који се разликују од Modflow-2005. Употребом UPW (Upstream Weighting) модула у верзији Modflow-2005, добија се верзија Modflow-NWT. Сам модул UPW је замена за раније поменуте BCF, LPF и HUF модуле.

У природи осцилације нивоа подземних вода могу се кретати изнад и испод коте подине неког слоја. У класичним верзијама програма Modflow, када се током прорачуна ниво спусти испод подине слоја, долази до појаве „сувих“ моделских ћелија у том слоју (слика 1). Такве „суве“ ћелије остају трајно неактивне на моделу што најчешће за последицу има одсуство конвергенције решењу. У Modflow-NWT „суве“ ћелије остају активне, обезбеђујући конвергенцију ка решењу, односно нумеричку стабилност, задржавајући минимални ниво воде у њима.



Сл. 1. Приказ начина решавања опадања нивоа испод подине моелске ћелије: А. Почетно стање нивоа (у тренутку $t=t_0$); Б. Опадање нивоа (у тренутку $t=t_1$); Ц. Класично решење у програмима Modflow – увођење „сувих“ моделских ћелија; Д. Решење у верзији Modflow-NWT

Fig. 1. Overview of ways to solve declining of levels below the bottom model cells: A. The initial state of the level (at time $t = t_0$); B. Declining of the level (at time $t = t_1$); C. Classical solution in Modflow programs - the introduction of the "dry" model cell; D. Solution in Modflow-NWT version.

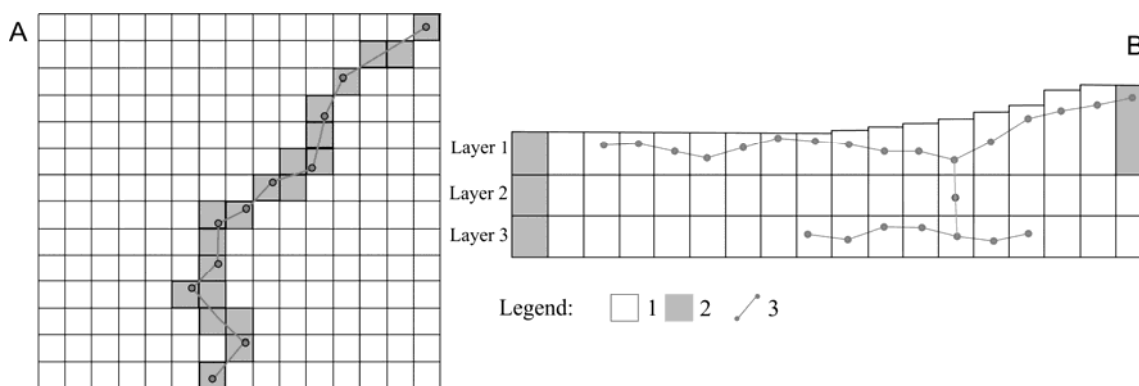
Modflow-NWT је покушај USGC-а да реши проблем појаве „сувих“ ћелија (dry cells) током симулације режима подземних вода. Modflow-NWT омогућава решавање нелинеарних проблема везаних за струјање подземних вода помоћу Newton-Raphsonove линеаризације (Niswonger et al, 2011). Подешавања параметара за решавање проблема у Modflow-NWT су бројна и комплексна.

Modflow-CFP

Modflow-CFP има могућност симулације турбулентног или ламинарнр режима кретања подземних вода кроз карстне канале: а) тако што спаја основну једначину струјања

подземних вода са изразима за дискретну мрежу цилиндричне цеви (Hagen-Poiseuille једначина за ламинарни и Darcy-Weisbach једначина за турбулентни ток); б) уношењем моделског слоја високе проводљивости којим се може симулирати турбулентни режим тока подземних вода, или ц) комбинација претходна два, где се истовремено спаја дискретна мрежа (карстних) канала и слоја високе проводљивости (Shoemaker et al, 2007).

Ограничења актуелне верзије програма Modflow односе се на та да се симулирани (карстни) канали задају у сваком слоју посебно без могућности њиховог повезивања кроз моделске слојеве, прихрањивање је процентуално једнако за целу дужину канала, затим, актуелна верзија не прорачунава биланс подземних вода, вредност пијезометарског нивоа се задаје граничним условом константног потенцијала и само на крајевима канала, без могућности задавања вредности нивоа дуж канала. На слици 2-А приказана је разлика у начину задавања нпр. карстних канала између класичног Modflow-а и Modflow-CFP, док је на слици 2-Б дат приказ задавања канала у профилу са назнаком да тренутно није могуће повезивање канала између моделских слојева.



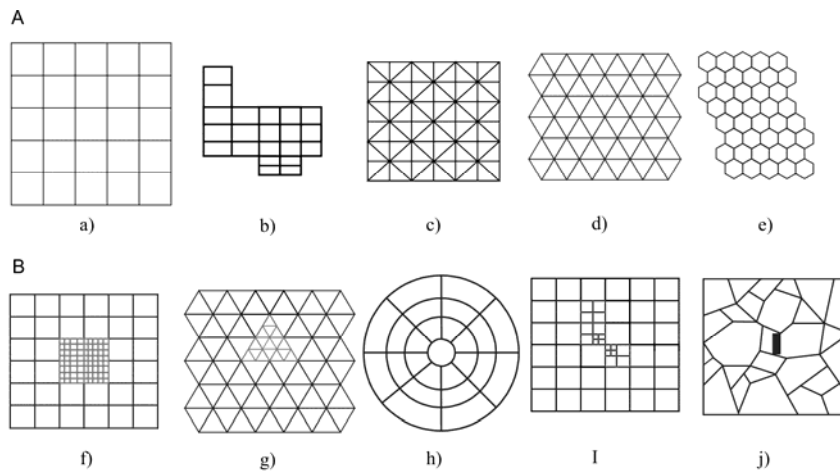
Сл. 2. Приказ задавања (карстног) канала у плану (А) и профилу (Б). Легенда: 1. моделска ћелија; 2. задавање канала у програму Modflow; 3. задавање канала у програму Modflow-CFP

Fig. 2. Representation of karstic channel in the plan (A) and profile (B). Legend: 1. the model cell; 2. setting channels in Modflow; 3. setting channels in Modflow-CFP

2. Modflow-USG

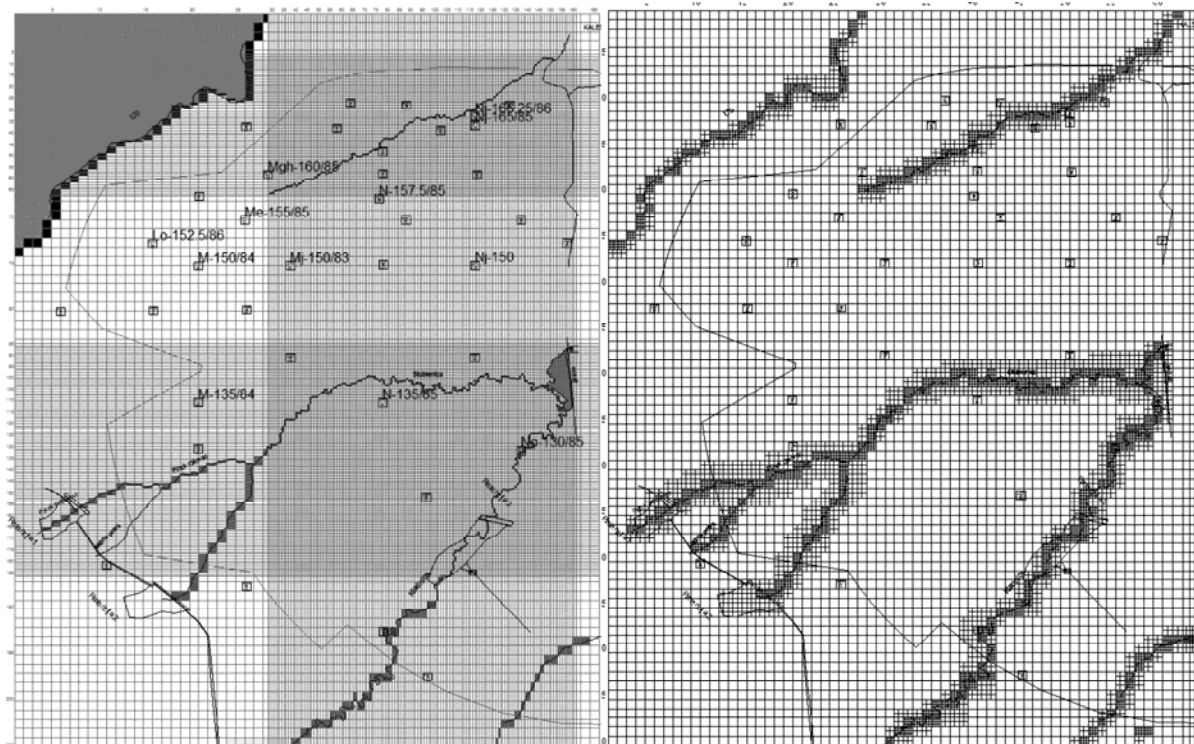
Почетком 2013. год. USGC је представио програм Modflow-USG. Ова верзија програма Modflow уводи нов и револуционаран приступ моделирању подземних вода. USG је скраћеница од unstructured grid (неструктурирана мрежа). На слици 3 приказане су уобичајене структуриране (А) и неструктуриране (Б) мреже дискретизације (Panday et al, 2013).

Код класичног Modflow-а цео модел је под утицајем погушћавања мреже дискретизације у области од већег интереса (4-а). За разлику од њега, код Modflow-USG постоје значајно веће могућности у дизајнирању мреже дискретизације које не оптерећују цео модел (4-б). Овакав нови приступ са неструктурираном мрежом дискретизације омогућава боље описивање геометријских облика литолошких целина или граничних услова и убрзава прорачуне јер укупно у моделу постоји мање моделских ћелија.



Сл. 3. Уобичајене структуриране (А) и неструктуриране (Б) мреже дискретизације. Легенда: а) правоугаона мрежа б) неправилна правоугаона мрежа ц) троугаона мрежа – једнакократи троуглови д) троугаона мрежа – једнакостранични троуглови е) саћаста мрежа ф) правоугаона уметнута мрежа г) троугаона уметнута мрежа – једнакостранични троуглови х) радијална мрежа и) правоугаона уметнута мрежа - неправилна ј) неправилна полигон мрежа

Fig. 3. Typical structured (A) and unstructured (B) discretization grids. Legend: a) rectangular grid b) irregular rectangular grid c) triangular grid - isosceles triangles d) triangular grid - equilateral triangles, e) honeycomb grid f) inserted rectangular grid g) triangular inserted grid - an equilateral triangle h) radial grid i) rectangular inserted grid - irregular j) irregular polygon grid

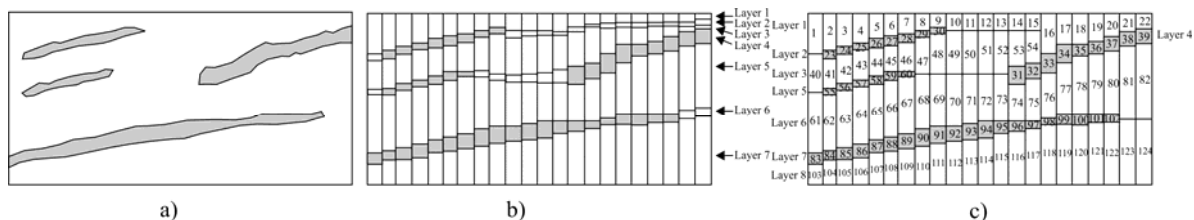


Сл. 4. Зоне већег интереса на моделу применом класичног програма Modflow (лево) и применом програма Modflow-USG (десно)

Fig. 4. Zones of greater interest in the model, using the classical program Modflow (left), and with application of Modflow-USG program (right)

По у питању дискретизације у профилу, Modflow-USG се карактерише знатно већом слободом и лакоћом представљања геолошког склопа терена: од дисконтинуалних слојева до раседних структура. Код класичног Modflow-а нумеришу се редови и колоне, док се у

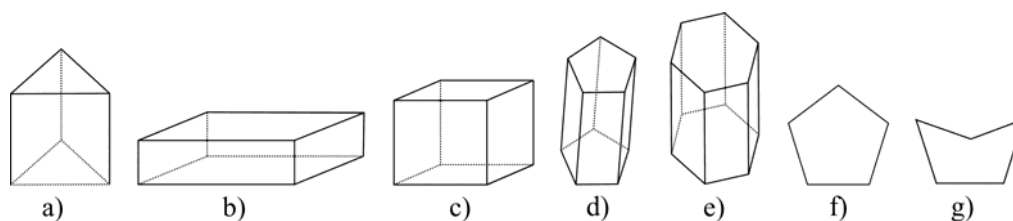
Modflow-USG нумеришу чворови који одговарају свакој појединачној моделској ћелији (слика 5).



Сл. 5. Пример концепта структуриране и неструктуриране мреже дискретизације у профилу. Легенда: а) шематизовани профил; б) примена структуриране мреже; ц) примена неструктуриране мреже

Fig. 5. Example of the concept of structured and unstructured discretization grid in the profile. Legend: a) schematic profile b) the application of structured grid, c) the application of unstructured grid

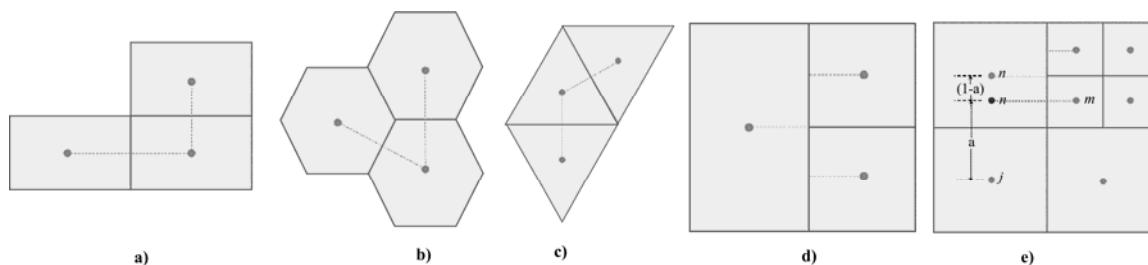
За решавање парцијалних диференцијалних једначина струјања подземних вода код Modflow-USG не користи се метода коначних разлика (прираштаја) као у класичном Modflow-у, већ се користи нумеричка метода коначних запремина, тзв. CVFD метода (control volume finite difference) или метода интегрисаних коначних разлика (Panday et al, 2013). За примену ове методе нужно је да моделске ћелије буду призматичне, конвексне и са равном повлатом и подином (слика 6). Код примене CVFD методе се уводе тзв. чворови који се налазе у центру моделске ћелије.



Слика 6: Примери моделских ћелија нужних за примену CVFD методе: а) троугаона призма б) правоугаона призма ц) коцка д) петоугаона призма е) шестоугаона призма ф) конвексни полигон г) конкавни полигон

Fig. 6. Examples of the model cells necessary for the implementation of the CVFD method: a) triangular prism b) rectangular prism c) cube d) pentagonal prism e) hexagonal prism f) convex polygon g) concave polygon

Тачност примене CVFD методе зависи од већег броја фактора, међу којима је најважнија да свака дуж која повезује два суседна чвора буде нормална у односу на контакт између две моделске ћелије (слика 7). У идеалним случајевима (слике 7 - а, б, ц) то није проблем, међутим сама филозофија неструктуриране мреже дискретизације по правилу доводи до тога да се не може увек задовољити тражени услов и тада настају комплексни случајеви (слика 7 - д, е).



Сл. 7. Пример идеалних случајева повезивања чворова суседних моделских ћелија (а. правоугаоне, б. шестоугаоне и ц. троугане ћелије) и комплексних случајева (д. и е.)

Fig. 7. An example of ideal cases of connecting the nodes of the adjacent model cells (a. rectangular, b. hexagonal and c. triangular cells) and complex cases d) and e)

У комплексним случајевима међусобних односа суседних чворова у моделским ћелијама уводи се GNC корекција (Ghost Node Correction) која подразумева да се уз задовољење одређених нумеричких услова уводе фиктивни чворови у ћелијама (слика 7 - д, е). Неки савремени програмски пакети омогућавају да се ова корекција једноставно активира.

Modflow-USG је решио проблеме који су карактерисали класичан Modflow, као што су нефлексибилна мрежа дискретизације, нужност континуалности моделских слојева, нумеричка нестабилност изазвана појавом „сувих“ ћелија и дужина прорачуна услед великог броја моделских ћелија. Релативно компликован приказ неструктуриране мреже и предуслови за примену нумеричке методе коначних запремина за последицу имају да је програмирање пратећих модула знатно теже у односу на класичан Modflow. Modflow-USG још увек нема подршку бројних модула и програма. Тренутно (новембар 2013. год.), Modflow-USG нема подршку за Modpath, 3Д визуелизацију резултата прорачуна, транспорт загађујућих материја, симулацију транспорта флуида различите густине од воде, итд. Од октобра 2013. год. подржан је прорачун биланса подземних вода на моделу.

Закључак

Током последњих 20 година од настанка програма Modflow, њега прати перманентна надоградња и повећање могућности симулације хидродинамичких процеса у реалном хидрогеолошком систему. Актуелна верзија Modflow-2005 је надограђена са два нова модула која значајно проширују могућности класичног програма Modflow уводећи могућност симулације карстних канала (Modflow-CFP) и превазилажење проблема изазваног појавом „сувих“ моделских ћелија током прорачуна (Modflow-NWT). Од почетка 2013. год. представљен је потпуно нов концепт са верзијом Modflow-USG. За разлику од класичног програма Modflow, нова верзија програма не садржи структурирану мрежу дискретизације простора обухваћеног моделом, док се нумерички прорачуни се обављају методом коначних запремина (CVFD метода). Иако у овом тренутку (новембар 2013. год.) ова верзија програма Modflow нема бројне пратеће модуле због сложености процеса програмирања, у наредним годинама због бројних предности може се очекивати да ће верзија Modflow-USG представљати наредну основну верзију програма Modflow.

Захвалница

Аутори се захваљују Министарству просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије за финансирање пројеката 176022 и III-43004.

MODFLOW AT THE CROSSROAD

Abstract: After the latest version of Modflow-2000 software, in the beginning of 2013th its upgrading was completed, and as a basic version for further upgrading Modflow-2005 was taken. This version got new modules (Modflow-CFP and Modflow-NWT). In the same year, the latest version of the program, called Modflow-USG was released. The main difference is the existence of an unstructured discretization network, which reduces the number of the model cells in relation to the previous software versions. The novelty is that this version of the program is based on a numerical method of finite volume, instead of the finite differences method. For now, there is still no support for the program Modpath, 3D visualization of the calculation results, transport of pollutants, simulation of the transport of fluids that are of a different density than water, but it is expected that in the coming period, this version will become the basis for further upgrade of Modflow.

Key words: Modflow-2005, Modflow-CFP, Modflow-NWT, Modflow-USG, unstructured grid

Introduction

Within the modular approach in modern software, in the area of groundwater modeling, Modflow perform tasks within the so-called processing module. Today it represents the industry standard in 3D modeling of groundwater flow by applying the finite difference method. It was first published in 1984. The initial versions of the program (Modflow-88 and Modflow-96) had certain limitations which were considerably corrected by the version Modflow 2000 (Harbaugh et al, 2000).

One of the important novelties of this version of the program is the introduction of modules for automatic calibration in the model calibration process. The second is that the introduction of the Layer Property Flow Package (LPF), which replaces the original BCF (Block Centred Flow Package) is related to a seepage characteristics and discretization of space through the concept of layers. LPF uses vertical value of hydraulic conductivity rather than the value of leaking in each model cell, and the leakage is determined internally, while for the confined aquifer instead of using the specific yield it uses the specific storage (Ss). Also, novelty in non-stationary simulations of groundwater regime is that a stationary and non-stationary conditions during a calculation process (direct or inverse) can be combined. MODFLOW-2000 also contained new modules: Discretization (DIS), Hydrogeologic Unit Flow (HUF), Lake 3 (LAK), SFR - guidance for streams: temporary, permanent, and the way they recharge and drainage, and dual-continuum model (DCM) – for simulation of the water movement in karst systems (Anderman et al, 2002; Anderman et al, 2003).

Since the beginning of 2013, this version stopped upgrading and the USGS who owns the program, decided that the next reference version of this program will be Modflow-2005.

1. Modflow-2005

Basically, it is a version of Modflow-2000, but without the support for automatic calibration, and with new packages added, such as Unsaturated Zone Flow (UZF) module. This is a new module of infiltration and evapotranspiration which also includes the effects of water retention in the unsaturated zone and surface runoff into streams and lakes (Niswonger et al, 2006). In addition to this, the Conduit Flow Process (CFP) module is also included. Depending on which of these modules is used, Modflow-2005 is divided into Modflow-NWT and Modflow-CFP.

Modflow-NWT

There are certain functional aspects of Modflow-NWT which differ from Modflow-2005. Using UPW (Upstream Weighting) modules in Modflow-2005 version, Modflow-NWT version is obtained. The module UPW itself, is a replacement for the previously mentioned BCF, LPF and HUF modules.

In the nature, fluctuations of groundwater levels may move above and below of bottom of some layer. In the classic version of Modflow program, when during the calculation level drops below the bottom of layer, a phenomenon of "dry" model cells occurs in that layer (Figure 1). Such "dry" cells are permanently inactive in the model which most often results in a lack of convergence in the solution. In Modflow-NWT "dry" cells remain active, ensuring convergence to the solution, i.e. numerical stability, while maintaining a minimum level of water in them.

Modflow-NWT is USGS attempt to solve a problem of "dry" cells appearance during the simulation of groundwater regime. Modflow-NWT enables solving nonlinear problems related to groundwater flow using the Newton-Raphson linearization (Niswonger et al, 2011). Setting parameters for solving problems in Modflow-NWT are numerous and complex.

Modflow-CFP

Modflow-CFP has the possibility of simulation of turbulent or laminar regime of groundwater flow through karst channels: a) by bringing together the basic equation of groundwater flow and terms for a discretized grid of cylindrical tube (Hagen-Poiseuille equation for laminar and Darcy-Weisbach equation for turbulent flow); b) introduction of a model layer of high conductivity that can simulate the turbulent groundwater flow regime or c) a combination of the previous two - at the same time connecting the discretized grid of karstic channels and layer with high conductivity (Shoemaker et al, 2007).

Limitations of the current version of Modflow program are related to the fact that the simulated karstic channels are given in each layer separately without the possibility of their connection through the model layers, recharge is equal in percentages for the entire length of the channel, the current version does not calculate the groundwater balance, the value of piezometric level is given by boundary condition with the constant potential and only at the ends of the channel, without the possibility of giving the values of the level along the channel. Figure 2-A shows the difference in the way of giving, for example, karstic channels between classical Modflow and Modflow-CFP, while Figure 2-B represents the channels in the profile with the note that it is not possible at the moment to connect the channels between the model layers.

2. Modflow-USG

At the beginning of 2013, USGS presented a Modflow-USG program. This version of Modflow introduces new and revolutionary approach to groundwater modeling. USG is an abbreviation for unstructured grid. Figure 3 shows a conventional structured (A) and unstructured (B) of discretization grids (Panday et al, 2013).

In the classical Modflow, a whole model is under the influence of the discretization grid density in area of greater interest (4-a). Unlike it, in Modflow-USG there are significantly greater opportunities in designing the discretization grid that does not burden the full model (4-b). This new approach to unstructured discretization grid enables better description of the geometric forms of lithological units or boundary conditions and speeds up the calculations because there are less model cells in the model.

As for the discretization in profile, Modflow-USG is characterized by much greater freedom and ease of presenting geological structure of terrain: from the discontinuous layers to the fault structures. In the classical Modflow, rows and columns are numerated, while in Modflow-USG nodes that correspond to each individual model cell are numerated (Figure 5).

For solving partial differential equations of groundwater flow, Modflow-USG does not use the finite difference method as the classic Modflow does, but the numerical method of finite volume, so-called CVFD method (control volume finite difference) or integrated finite difference method (Panday et al, 2013). For the application of this method it is necessary that the model cells are prismatic, convex and with the plane overlying and bottom layer (Figure 6). When using CVFD methods, so-called nodes that are located in the center of the model cell are introduced.

The accuracy of CVFD method application depends on numerous factors, among which the most important is that each straight line that connects two adjacent nodes to be perpendicular to the contact between the two model cells (Figure 7). In ideal cases (Figure 7 - a, b, c) it is not a problem, but philosophy of unstructured discretization grid itself, by the rule leads to the fact that it is not always possible to satisfy the required condition and then the complex cases occur (Figure 7 - d, e).

In complex cases of the mutual relations between adjacent nodes in model cells, a GNC correction (Ghost Node Correction) is introduced, which implies that along satisfying certain numerical conditions, fictitious nodes in the cells are also introduced (Figure 7 - d, e). Some contemporary software packages make it possible to simply activate this correction.

MODFLOW-USG has solved the problems that characterized the classic Modflow, such as inflexible discretization grid, the necessity of continuity of the model layers, the numerical instability caused by the appearance of "dry" cells and the length of the calculation due to the large number of model cells. Relatively complicated display of unstructured grid and preconditions for the application of numerical method of finite volume made the programming of related modules considerably harder than in classic Modflow. Modflow-USG does not yet have the support for many modules and programs. Currently (November 2013), Modflow-USG does not support Modpath, 3D visualization of calculation result, the transport of pollutants, simulation of transport of fluids with different density than water, etc. Since October 2013, calculation of groundwater balance in model is supported.

Conclusion

Over the last 20 years, since the development of Modflow program, it constantly upgrades and increases the ability of simulation of hydrodynamic processes in real hydrogeological system. The current version Modflow-2005 is upgraded with two new modules that significantly extend the capabilities of classic Modflow program, introducing the possibility of simulation of karst channels (Modflow-CFP) and overcoming the problem caused by the emergence of "dry" cell in the calculation of the model (Modflow-NWT). Since the beginning of 2013, an entirely new concept as a version Modflow-USG, has been introduced. Unlike a classic Modflow program, the new version of the program does not contain a structured discretization grid of space covered by the model, and the numerical calculations are performed using the finite volume method (CVFD method). Although at this time (November 2013) this version of Modflow does not have numerous accompanying modules due to the complexity of the programming process, in the coming years due to the many advantages it can be expected that the version Modflow-USG will become the next basic version of Modflow.

Acknowledgement

Our gratitude goes to the Ministry of Education, Science and Technological Development of the Republic of Serbia for financing projects OI-176022 and III-43004.

Литература - References

- Anderman R. E., Hill C. M., Modflow-2000 (2000). The U.S. Geological Survey Modular Groundwater Model – Documentation of the Hydrogeologic-unit flow (HUF) Package; open-file report 00-342, U.S. Geological Survey, Denver, Colorado.
- Anderman R. E., Hill C. M., Modflow-2000 (2003). The U.S. Geological Survey Modular Groundwater Model – Three Additions to the Hydrogeologic-unit Flow (HUF) Package: Alternative Storage for the Uppermost Active Cells (SYTP Parameter Type), Flows in Hydrogeologic Units, and The Hydraulic-conductivity Depth-dependence (KDEP) Capability; open-file report 03-347; U.S. Geological Survey, Denver, Colorado.
- Anderman R. E., Kipp L. K., Hill C. M., Valstar J., Neupauer M. R. (2002). Modflow-2000, The U. S. Geological Survey Modular Groundwater Model – Documentation of the Model-layer Variable-direction Horizontal Anisotropy (LVDA) Capability of the Hydrogeologic-unit Flow (HUF) Package; open-file report 02-409; U.S. Geological Survey, Denver, Colorado.

- Harbaugh A.W., Banta E.R., Hill M.C., McDonald M.G. (2000). MODFLOW-2000, the U.S. Geological Survey Modular Ground-Water Model: User guide to modularization concepts and the ground-water flow process; open-file report 00-92; U.S. Geological Survey, Reston, Virginia.
- Niswonger R.G., Panday S. and Ibaraki M. (2011). MODFLOW-NWT, A Newton Formulation for MODFLOW-2005, Chapter 37 of Section A, Groundwater Book 6, Modeling Techniques, pp. 1-56.
- Niswonger G. R., Prudic E. D., Regan R. S. (2006). Documentation of the Unsaturated-Zone Flow (UZFI) Package for Modeling Unsaturated Flow Between the Land Surface and the Water Table with MODFLOW-2005: Chapter 19 of Section A, Ground Water, of Book 6, Modeling Techniques; U.S. Geological Survey, Reston, Virginia.
- Panday S., Langevin, C. D., Niswonger, R. G., Ibaraki, M., and Hughes, J. D. (2013). MODFLOW-USG version 1: An Unstructured Grid Version of MODFLOW for Simulating Groundwater Flow and Tightly Coupled Processes Using a Control Volume Finite-difference Formulation: U.S. Geological Survey Techniques and Methods, book 6, chap. A45, 66 p., <http://pubs.usgs.gov/tm/06/a45>; U.S. Geological Survey, Reston, Virginia.
- Shoemaker W. B., Kuniandy E. L., Birk S., Bauer S. and Swain E. D. (2007). Documentation of a Conduit Flow Process (CFP) for MODFLOW-2005, Techniques and Methods, Book 6, Chapter A24, pp. 1-58.